

## 不同生长阶段的香根草-红土复合体 混合物法则本构关系建模

吴锐斌<sup>1,2</sup>, 及金楠<sup>1,2</sup>, 李思岑<sup>1,2</sup>

(1. 北京林业大学水土保持学院, 北京 100083;

2. 山西吉县森林生态系统国家野外科学观测研究站, 北京林业大学, 山西 吉县 042200)

**摘要:** [目的] 构建适用于不同生长阶段的香根草根土复合体本构模型, 以精确模拟和预测根土复合体力学行为。[方法] 选取 3 组不同生长阶段(20、40、60 d)的香根草-红土复合体作为研究对象, 通过三轴试验获取力学参数。基于混合物法则, 分别采用邓肯-张模型和线弹性模型计算土体和植物根系的本构关系, 并按照体积分数进行叠加。[结果] 1) 基于混合物法则理论所构建的两相叠加本构模型在模拟根土复合体的力学行为方面表现出色( $R^2 > 0.89$ )。该模型的应力-应变曲线能够准确地反映根土复合体在三轴试验中的抗剪强度及应力-应变关系在不同生长阶段的变化趋势。2) 将邓肯-张模型与线弹性模型分别作为基本相与加筋相的本构关系模拟, 能够根据 2 种材料的特性差异, 有效模拟并准确反映二者各自在剪切过程中的应力-应变响应特征。3) 香根草根系能够有效加固土体。在生长周期内, 随着香根草种植时间的延长, 根系的数量、直径和体积逐渐增大, 弹性模量逐渐减小。根系加固作用逐步增强, 根土复合结构体抗剪强度也逐渐提升。[结论] 该模型不仅能够全面描述根土复合体的应力-应变关系, 而且能够通过根系数量、单根弹性模量和根系体积等参数, 精确评估不同生长阶段植物根系的土壤加固作用, 为边坡稳定性分析和生态护坡技术的应用与规划提供科学理论支持。

**关键词:** 混合物法则; 邓肯-张本构模型; 根土复合体; 根系固土

中图分类号: TU472

文献标识码: A

## Modeling Constitutive Relationship Based on Mixture Rule of Vetiver-Laterite Composite at Different Growth Stages

WU Ruibin<sup>1,2</sup>, JI Jinnan<sup>1,2</sup>, LI Sicen<sup>1,2</sup>

(1. School of Soil and Water Conservation, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China; 2. Jixian National Forest Ecosystem Observation and Research Station, Beijing Forestry University, Jixian, Shanxi 042200, China)

**Abstract:** [Objective] To establish a constitutive model applicable to different growth stages of Vetiver grass root-soil composite, in order to precisely simulate and predict its mechanical behavior. [Methods] Three groups of Vetiver-Laterite composite samples at different growth stages (20 days, 40 days, and 60 days) were selected as the research subjects. Mechanical parameters were obtained through triaxial tests. Based on the mixture rule, the constitutive relationships of soil and plant roots were calculated using the Duncan-Chang model and the linear elastic model, respectively, and then superimposed based on volume fraction. [Results] 1) The two-phase superimposed constitutive model based on the mixture rule demonstrated excellent performance in simulating the mechanical behavior of the root-soil composite ( $R^2 > 0.89$ ). The stress-strain curves of this model accurately reflected the changes in the shear strength and stress-strain relationship of the root-soil composite in the triaxial tests at different growth stages. 2) Using the Duncan-Chang model and the linear elastic model as the constitutive

收稿日期: 2025-01-25

修回日期: 2025-02-25

录用日期: 2025-03-12

资助项目: 国家自然科学基金面上项目(32271961)

第一作者: 吴锐斌(2000—), 男, 硕士研究生, 主要从事水土保持工程研究。E-mail: wuruibin@bjfu.edu.cn

通信作者: 及金楠(1982—), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事水土保持工程研究。E-mail: jjn0402@126.com

http://stbcbx.alljournal.com.cn

relationships for the primary and reinforcement phase, respectively, the characteristics of the stress-strain response of the two materials during shear could be effectively simulated and accurately reflected. 3) The Vetiver grass roots effectively reinforced the soil. During the growth cycle, with the extension of time, the number, diameter, and volume of the roots gradually increased, while the elastic modulus gradually decreased. The reinforcement effect of the roots progressively enhanced, leading to a gradual increase in the shear strength of the root-soil composite structure. [Conclusion] The proposed model not only comprehensively describes the stress-strain relationship of the root-soil composite but also accurately evaluates the soil reinforcement effect of plant roots at different growth stages through parameters such as root quantity, single-root elastic modulus, and root volume. The results provide a scientific basis for slope stability analysis and the application and planning of ecological slope protection technologies.

**Keywords:** mixture rule; Duncan-Chang constitutive model; root-soil composite; root reinforcement

**Received:** 2025-01-25

**Revised:** 2025-02-25

**Accepted:** 2025-03-12

全球正面临土壤侵蚀的严峻挑战,每年约有 600 多亿吨肥沃的表土流失,其中耕地土壤流失 250 多亿吨。针对这一紧迫问题,控制土壤侵蚀、改善生态环境、有效保护和合理利用水土资源已成为 21 世纪不容忽视的重大任务。植物根系因其突出的固土能力,自古以来就被用于稳定斜坡和防止土壤侵蚀<sup>[1]</sup>。过去半个多世纪的科学研究<sup>[2-3]</sup>表明,根系在土壤剪切过程中能有效阻碍土层的相对滑动,不仅增强土壤的抗剪强度,还显著提高土质边坡的稳定性。同时,根系的作用还带来显著的生态效益,并且在长期的维护管理中成本较低<sup>[4]</sup>。因此,大量学者认为在改善浅表层滑坡问题上,植物防护措施呈现出作为传统土木工程方法有力替代品的巨大前景,不仅能够促进生态环境的恢复,还为滑坡治理开辟新颖且有效的途径<sup>[5-6]</sup>。

为准确评价根系对土体的加固效应,有学者<sup>[7]</sup>着手构建根土复合体的本构模型,旨在阐释根土复合体在外部荷载作用下的应力-应变响应,从而揭示材料内部结构对外界载荷的响应机制。然而,当前主流的根土力学模型,如 Wu 模型<sup>[8-9]</sup>、FBM 模型<sup>[10]</sup>等,均侧重于强度分析,主要探讨根土复合体在极限应力状态下的失效条件及机制,无法描述其在受力全过程中的应力与应变规律,并且都是在摩尔-库仑定律框架下构建的,将根系作用简化为对土体黏聚力的影响,通过单一参数(根系附加黏聚力)来评估根系的加固效果,属于弱耦合模型范畴<sup>[4]</sup>,即将根土复合体视为一种均质的根系改良土,将根系的加筋作用直接赋予土体,通过简单改变土的力学参数来体现根系作用,但是对复杂根系的固土作用模拟常常失真。王磊等<sup>[11]</sup>基于混合物法则,先将塑料纤维土中的土和塑料视为 2 种材料,根据不同材料的特点定

义各自的本构模型,再进行加权叠加。此种方法可以更准确地反映复合材料的特性及复合体对外部荷载的应力应变响应,但只局限于应用在纤维加筋土,而在原状根土复合体中的适用性尚未得到证实。

本研究以不同生长阶段(20、40、60 d)的香根草与红壤原状根土复合体为研究对象,基于复合材料力学的混合物法则,将土体和植物根系视为 2 种不同的材料,分别考虑为基本相和加筋相,以邓肯-张本构模型和刚度矩阵法表征土体与植物根系的力学行为,而后再根据各自贡献进行加权叠加,由此构建原状根土复合体的本构模型,并通过三轴剪切试验验证所构建模型的准确性和有效性。该模型将有助于解析根土复合体在剪切全过程中的力学行为,评估不同生长阶段植物根系的固土效果,研究结果将为边坡稳定性分析和生态护坡技术的应用与规划提供科学理论支持。

## 1 材料与方法

### 1.1 模型构建

基于复合材料力学的混合物法则,将土体考虑为基本相,将根系考虑为加筋相。结合植物根系的实际分布情况,将基本相和加筋相的贡献按照体积比例进行叠加,并计算滑移系数以还原根土滑移关系,对植物根系加固土壤的作用及力学行为进行分析。

#### 1.1.1 模型假设

1) 香根草根系分布特征假设。由于禾本科植物的根系多为须根系,以直径均匀的细根为主<sup>[12]</sup>。而香根草为禾本科植物,无主根,由大量直径均匀的须根组成根系,本研究假设同一生长阶段的香根草各根系直径一致。

2) 变形协调假设。三轴试验的初始阶段,根与土的变形可考虑为完全协调一致<sup>[11]</sup>,故假设基本相

和加筋相的应变关系遵从Voigt's假设<sup>[13]</sup>,在根土复合体承受外部荷载作用时,基本相和加筋相的应变相等。

$$\epsilon_r = \epsilon_s = \epsilon \quad (1)$$

式中: $\epsilon_r$ 为加筋相应变; $\epsilon_s$ 为基本相应变; $\epsilon$ 为根土复合体应变。

3)两相独立假设。由于根与土在力学属性上是2种完全不同的材料,本研究假设基本相与加筋相的应力-应变行为分别遵循各自的本构模型,具体表达形式见公式(2)。

$$\sigma_r = [D_r] \epsilon_r, \sigma_s = [D_s] \epsilon_s \quad (2)$$

式中: $\sigma_r$ 和 $\sigma_s$ 分别为加筋相和基本相的应力,kPa; $[D_r]$ 和 $[D_s]$ 分别为加筋相和基本相的刚度矩阵; $\epsilon_r$ 和 $\epsilon_s$ 分别为加筋相和基本相的应变。

4)两相叠加假设。DIAMBRA等<sup>[14]</sup>基于复合材料力学中的混合物法则,将两相根据各自贡献进行叠加,建立模拟效果较好的加筋土本构模型,故本研究假设根土复合体的2种材料遵从两相叠加原理。根土复合体受力为加筋相和基本相的应力按照各自的体积比例叠加而成。

$$\sigma = v_r \sigma_r + v_s \sigma_s \quad (3)$$

式中: $\sigma$ 为根土复合体的应力,kPa; $v_r$ 为加筋相的体积分数; $v_s$ 为基本相的体积分数。

将公式(3)应用于根土复合体的各个分应力中,可得到根土复合体的应力增量表达式:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} = v_r \begin{bmatrix} d\sigma_{1r} \\ d\sigma_{2r} \\ d\sigma_{3r} \end{bmatrix} + v_s \begin{bmatrix} d\sigma_{1s} \\ d\sigma_{2s} \\ d\sigma_{3s} \end{bmatrix} = \{v_r [D_r] + v_s [D_s]\} \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ 分别为大、中、小主应力,kPa; $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$ 和 $\epsilon_3$ 分别为大、中、小主应力对应的应变。

为确定两相各自的贡献,需要根据土体和根系的体积分数进行加权。二者的体积分数计算方法为:

$$v_s = \frac{V_s + V_v}{V} = \frac{V - V_r}{V} \quad (5)$$

$$v_r = \frac{V - V_v - V_s}{V} = \frac{V_r}{V} \quad (6)$$

式中: $V$ 、 $V_s$ 、 $V_r$ 、 $V_v$ 分别为根土复合体整体、土壤颗粒、植物根系和孔隙的体积, $\text{cm}^3$ 。

1.1.2 基本相刚度矩阵 基本相采用邓肯-张模型,其应力应变关系见公式(7)。

$$\frac{\epsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\epsilon_1 \quad (7)$$

将三轴压缩试验的结果按照 $\frac{\epsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} - \epsilon_1$ 进行整理,将所得曲线进行线性拟合,所得直线截距即为 $a$ ,斜率即为 $b$ ,代入公式(7)中可得到邓肯张模型拟合曲线。

1.1.3 加筋相刚度矩阵 加筋相的刚度以DIAMBRA<sup>[14]</sup>模型中纤维刚度矩阵为基础,根据香根草根分布构型进行修正。在三轴压缩试验条件下,先以单根为研究对象,分析单根在土体中的受力响应。假设单根与径向的夹角为 $\theta$ ( $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ),则单根的应变增量 $d\epsilon_\theta$ 为轴向应变 $d\epsilon_1$ 和径向应变 $d\epsilon_3$ 之和:

$$d\epsilon_\theta = d\epsilon_1 \sin^2 \theta + d\epsilon_3 \cos^2 \theta \quad (8)$$

根据Voigt's假设,由于根系和土体应变相同,所以相同该方向的根系应变增量与根土复合体应变也相同,故有:

$$d\epsilon_{r\theta} = d\epsilon_\theta \quad (9)$$

式中: $\epsilon_{r\theta}$ 和 $\epsilon_\theta$ 分别为加筋相和基本相在夹角为 $\theta$ 方向上的应变。

将公式(9)的等号两边同时乘以该方向上的弹性模量 $E_r(\theta)$ (MPa),可得到则该方向根系的应力增量为:

$$d\sigma_{r\theta} = E_r(\theta) d\epsilon_\theta \quad (10)$$

由于任一方向的应力增量均可沿着轴向和径向分解,故可得公式(11)和(12):

$$d\sigma_{1r} = d\sigma_{r\theta} \sin^2 \theta \quad (11)$$

$$d\sigma_{3r} = d\sigma_{r\theta} \cos^2 \theta \quad (12)$$

研究土体中随机分布的纤维时发现,根系的受力状况仅受根系方向的影响,而与根系的分布位置无显著关联。因此,可以设想将所有纤维的终点汇聚于一点,从而形成一个理想的球体模型。鉴于香根草属于禾本科植物,其根系直径和生长角度相对均匀,尽管根系长度因生长时序而异,但仍可将其分布体积合理简化为一个球体,根据球体体积公式可得出其理想分布体积 $V_c$ 。

在实际情况下纤维的分布与理想球体体积分布存在一定差异,因而MICHALOWSKI等<sup>[15]</sup>针对加筋相在不同角度和方向上分布数量的差异进行调整,提出相应的函数 $\rho(\theta)$ ,即:

$$\rho(\theta) = \frac{3}{2} \bar{\rho} \cos^2 \theta \quad (13)$$

$\bar{\rho}$ 为根系平均分布的体积分数,计算公式为:

$$\bar{\rho} = \frac{V_r}{V_c} \quad (14)$$

在此基础上,不同生长时间的香根草根系可根据不同的根系特征参数,加入修正系数 $A$ ,得到修正后的体积分数:

$$\rho(\theta) = A \bar{\rho} \quad (15)$$

根系整体的弹性模量可视为所有单根的弹性模量进行叠加,故通过单根弹性模量( $E_r$ )和根系数量( $n$ ),可得所有根系提供的弹性模量之和( $E_{rT}$ ):

$$E_{rT} = nE_r \quad (16)$$

计算可得出夹角为  $\theta$  方向上的弹性模量  $[E_r(\theta)]$ :

$$E_r(\theta) = \left[ (dV_c \rho'(\theta) / V_r) \right] E_{rT} \quad (17)$$

在根系分布的分布区域内进行积分,即可得所有根系在轴向和径向的应力增量  $d\sigma_{1r}$  和  $d\sigma_{3r}$ :

$$d\sigma_{1r} = \int_V d\sigma_{1r}(\theta) dV_c \quad (18)$$

$$d\sigma_{3r} = \int_V d\sigma_{3r}(\theta) dV_c \quad (19)$$

由于柔性根系只能承受拉力,无法承受压力,故只有一定的角度范围内  $(-\theta_0, \theta_0)$  根系才能发挥作用。本文将  $\theta_0$  定义为临界角,示意图见图 1。

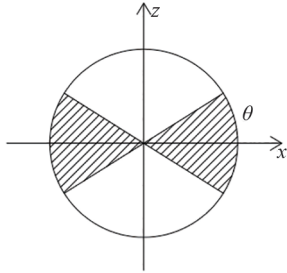


图 1 临界角  $\theta_0$  示意

Fig. 1 Schematic diagram of critical angle  $\theta_0$

临界角  $(\theta_0)$  计算公式为:

$$\theta_0 = \arctan \sqrt{-\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1}} \quad (20)$$

由于三轴压缩试验过程中,根系受拉区域为  $0 \sim \theta_0$ ,故可计算出调整系数  $(A)$  为:

$$A = \frac{2\theta_0}{360} \quad (21)$$

为计算不同方向根系发挥的加固作用,本文假设积分单元  $dV_c$  与  $xOy$  平面的夹角为  $\alpha$  角(图 2)。

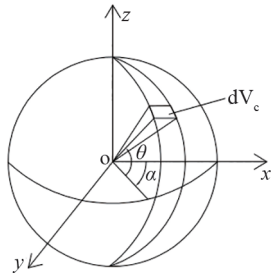


图 2 积分单元示意

Fig. 2 Schematic diagram of integration unit

由于分布区域沿  $z$  轴中心对称,故  $\alpha$  角在  $0 \sim 2\pi$  内积分。可得应力增量表达式为:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} = [D_r] \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$[D_r] = \frac{E_r \theta_0 n}{360\pi} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{cases} A_{11} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^4 \theta \cos^3 \theta d\alpha d\theta \\ A_{12} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cos^5 \theta d\alpha d\theta \\ A_{21} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cos^5 \theta d\alpha d\theta \\ A_{22} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \cos^7 \theta d\alpha d\theta \end{cases} \quad (24)$$

由于根土位移保持一致的假设在实际试验中往往并不成立,本研究引入根土滑移函数  $(f_s)$  以表征剪切过程中根系和土体的相对位移,反映二者相对滑动情况。滑移系数  $f_s=0$ ,表明根系与土体之间不存在黏结作用,此时根系的加筋效果无法体现,根系在土体中可以自由滑动。相反,  $f_s=1$ ,则表示根系与土体之间达到理想的黏结状态,二者在变形过程中保持完全一致,不会产生相对滑动。MACHADO 等<sup>[16]</sup>通过公式(27)计算根土滑移函数  $(f_s)$ :

$$f_s = \frac{2}{\pi} \arctan \left[ \left( \frac{q}{p} \right)^2 \right] \quad (25)$$

式中:  $p$  为平均应力;  $q$  为偏差应力。

将滑移系数带回公式(22)可得:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} = f_s [D_r] \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

## 1.2 模型参数分析与获取

### 1.2.1 试验材料

#### 1) 研究对象

以福建红壤(液限为 37.1%,塑限为 14.9%,  $pH \approx 6$ )和香根草(*Chrysopogon zizanioides* L. Roberty)为研究对象,根据生物量的显著变化,对香根草在 20、40、60 d(生长萌芽期、发育期、成熟期)时的固土能力进行研究。

#### 2) 试样制备

为保持与三轴试验试件尺寸相一致,在内径为 5 cm、高为 10 cm 的模具中进行土样制备及植物种植。参照王毅<sup>[17]</sup>的测定结果,以干密度为  $1.48 \text{ g/cm}^3$ 、含水率为 19.5% 的标准调配土样,并根据我国《土工试验方法标准》(GB/T 50123—2019)<sup>[18]</sup>,将土样分 5 层击实填充,每层土样击实至对应高度后,将上表面刨毛,确保层与层之间的土样能够更好地结合。土样制备完成后,在表层中心位置埋植 1 颗大小均匀、形状规则的香根草种子。根据种植时间不同,将根土组分为 20、40、60 d 组,同时制备素土组作为对照。每组土样准备 4 个重复,用于四级围压下(100、200、300、400 kPa)的三轴试验。不同生长时间的根土组各准备 20 个重复,用于观测、扫描根系特征。每天早



晚分别对试样浇水 50 mL,并确保光照、温度和湿度适宜。

**1.2.2 三轴压缩试验** 将香根草生长 20、40、60 d 的根土组与素土组分别进行三轴压缩试验。试验前,剪除香根草的上部茎叶部分制备试样。将所有试样进行吸水饱和和处理后,使用 GDS 自动三轴试验系统(GDSTAS)在 4 级围压条件下(100、200、300、400 kPa)进行固结不排水(CU)压缩试验,设定剪切速率为 1 mm/min。

### 1.2.3 根系参数

#### 1) 根系分布特征参数

将生长至 20、40、60 d 的根土复合体从模具中小心取出,确保操作过程中土样及根系的结构完整性不受破坏。将土样小心剥离,取出完整根系,将根系平铺在白纸上,对根系进行计数,获得不同生长阶段的香根草根数量。

#### 2) 根系体积

香根草的根系直径较小,数量较大,为减小误差,通过量筒排水法计算根系体积<sup>[19]</sup>。将不同生长阶段的香根草根系浸入装有水的量筒,迅速计算根系完全浸入后水位上升的体积,即为根系实际体积( $V_r$ )。

#### 3) 根的弹性模量

选取通直均匀且完整的单根样,用精度为千分之一毫米的螺旋测微器测量根样上、中、下部直径,取其平均作为根样的直径。使用量程为 1 kN 的微机控制电子万能试验机(UTM2103, Shenzhen Suns Technology Stock Co., Ltd)进行根系拉伸试验。设置初始标距为根样直径的 20 倍,拉伸速率为 5 mm/min<sup>[20]</sup>,记录拉伸力,计算得到根系的弹性模量数据。

## 2 结果与分析

### 2.1 模型参数计算与分析

**2.1.1 根系数量** 香根草根系部分扫描样见图 3。香根草在 20、40、60 d 生长阶段的完整根系数量分别为 29、67、97,显示出根系数量随时间的增长而增加。从 20~40 d,增长速率达到 131.03%,从 40~60 d,根系增长放缓,增长率为 44.78%,表明香根草根系数量的增长在前期的 20~40 d 更为迅速,而在后期 40~60 d 则呈增速放缓趋势。

**2.1.2 根系体积** 20、40、60 d 香根草根系实际体积( $V_r$ )分别为 0.18、0.24、0.39 cm<sup>3</sup>。在生长周期从 20~40 d,根系实际体积增长约 1.333 倍,在 40~60 d,根系实际体积增长约 1.625 倍,2 个生长阶段根系实际体积的平均增长比例约为 1.479 倍。尽管在后期(40~60 d)根系数量的增长速度较前期(20~40 d)有所降低,但根系长度的显著增加导致后期根系体积

的增长速度超过前期,表明在香根草的生长过程中,根系长度的增加对根系总体积的贡献在后期更为显著。

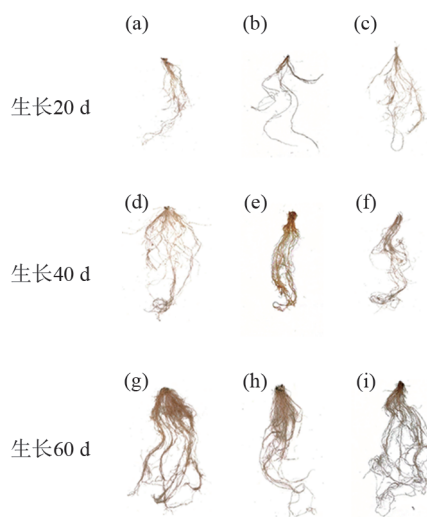


图3 不同生长阶段香根草根系

Fig. 3 Vetiver grass roots at different growth stages

**2.1.3 单根弹性模量** 在香根草的生长周期中,其直径和弹性模量的变化揭示植物材料属性随时间演变的显著规律。在生长的初始 20 d,香根草的根直径测量值为 0.032 mm,而其弹性模量达到 1 221 MPa,表明虽然根的尺寸较小,但其刚性相对较高。随着生长的进行,至 40 d 时,香根草的根直径增至 0.055 mm,弹性模量降至 879 MPa,表明尽管根的直径有所增加,但其刚性相对降低。当生长至 60 d,香根草的根直径继续增加至 0.080 mm,而弹性模量则下降至 523 MPa,表明随着植物的生长,根的直径逐渐增大,而弹性模量则呈显著降低趋势。

**2.1.4 滑移系数** 滑移系数( $f_s$ )随轴向应变的变化趋势见图 4。滑移系数( $f_s$ )的值域为 0~0.65。在轴向应变为 0~3% 内, $f_s$  随着轴向应变的增加而迅速上升,随后其增长速率逐渐减缓。当轴向应变达到 13%~20% 时, $f_s$  值趋于稳定至 0.63。

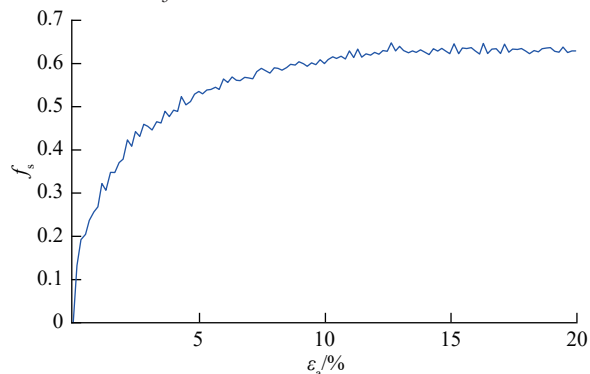


图4 根土滑移系数-轴向应变曲线

Fig. 4 Root-soil slip coefficient-axial strain curve

### 2.2 根土复合体混合物法则本构模型

在 4 种不同围压条件下,三轴试验测定的素土应力-应变关系曲线及邓肯-张模型模拟结果见图 5。随着围压水平的逐渐提升,素土所能承受的最大偏应力亦呈相应的增长趋势。邓肯-张模型拟合所得的曲线不仅在捕捉素土应力-应变曲线的峰值应力方面展现出较高的准确性,而且能够精确地模拟曲线在弹性阶段、硬化阶段以及塑性变形阶段的演变规律,表现出极高的拟合相关性( $R^2>0.94$ )。

基于线弹性理论模型的根系(加筋相)加固作用见图 6。随着种植周期的延长及围压的增加,根系的加固效应呈逐渐增强趋势。通过模型计算的根系作用应力-应变曲线,与图 5 中素土的应力-应变曲线在变化趋势上相似,即整体呈增长趋势,均依次经历弹性阶段、硬化阶段及塑性变形阶段的特征演变。值得注意的是,受公式(24)中正弦与余弦函数的影响,根系加固效应的应力-应变曲线呈小幅度正弦波动形态。

在相同的围压条件下,根土复合体的抗剪强度显著高于素土(图 5)。从时间尺度而言,随着香根草种植时间的延长,根土复合体的抗剪强度呈递增趋势(图 7)。同时,在香根草生长时间相同的情况下,

三轴试验中的围压提升亦导致根土复合体的抗剪强度相应增大。对比根土复合体三轴剪切实测的应力-应变曲线与混合物法则拟合结果显示,拟合曲线能够较好地再现根土复合体的抗剪强度及其变化趋势。二者均依次经历弹性阶段、硬化阶段及塑性变形阶段。尽管在香根草种植 20 d、围压为 100 kPa 的条件下,拟合效果略逊( $R^2=0.896$ ),但在其余情况下,混合物法则模拟本构关系的效果均十分优异( $R^2>0.96$ )。

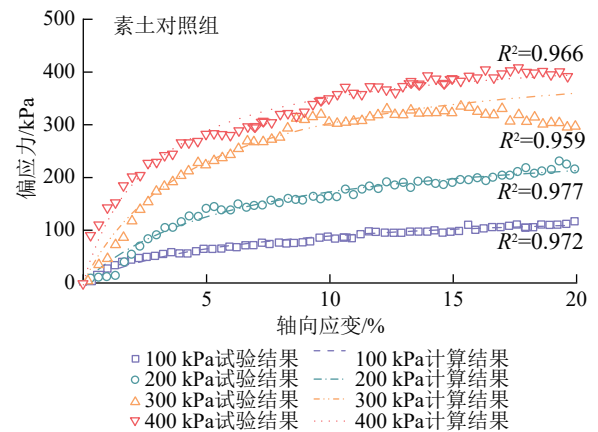


图 5 不同围压下素土应力应变曲线及邓肯-张模拟效果  
Fig. 5 Stress-strain curves of plain soil under different confining pressures and Duncan-Chang model fitting results

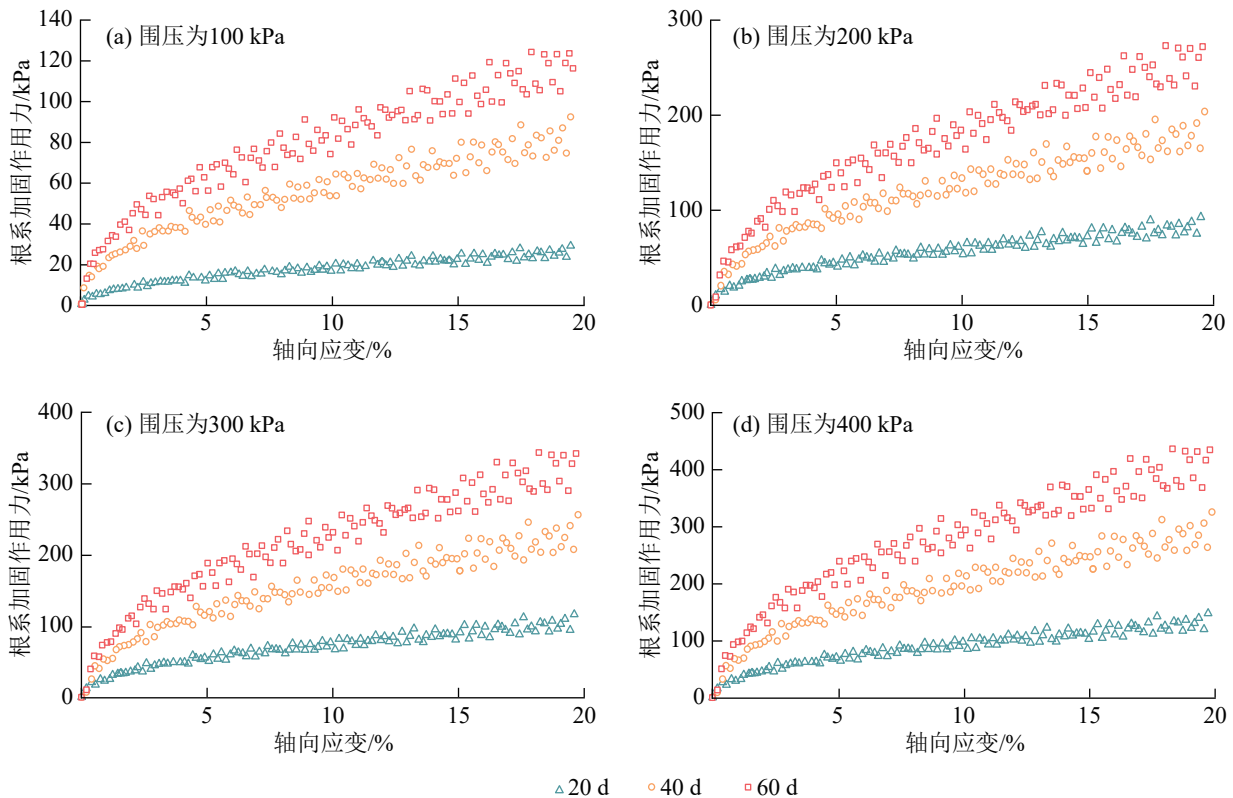


图 6 不同围压下根系固土作用  
Fig. 6 Soil reinforcement effect of root system under different confining pressures  
<http://stbcbx.alljournal.com.cn>

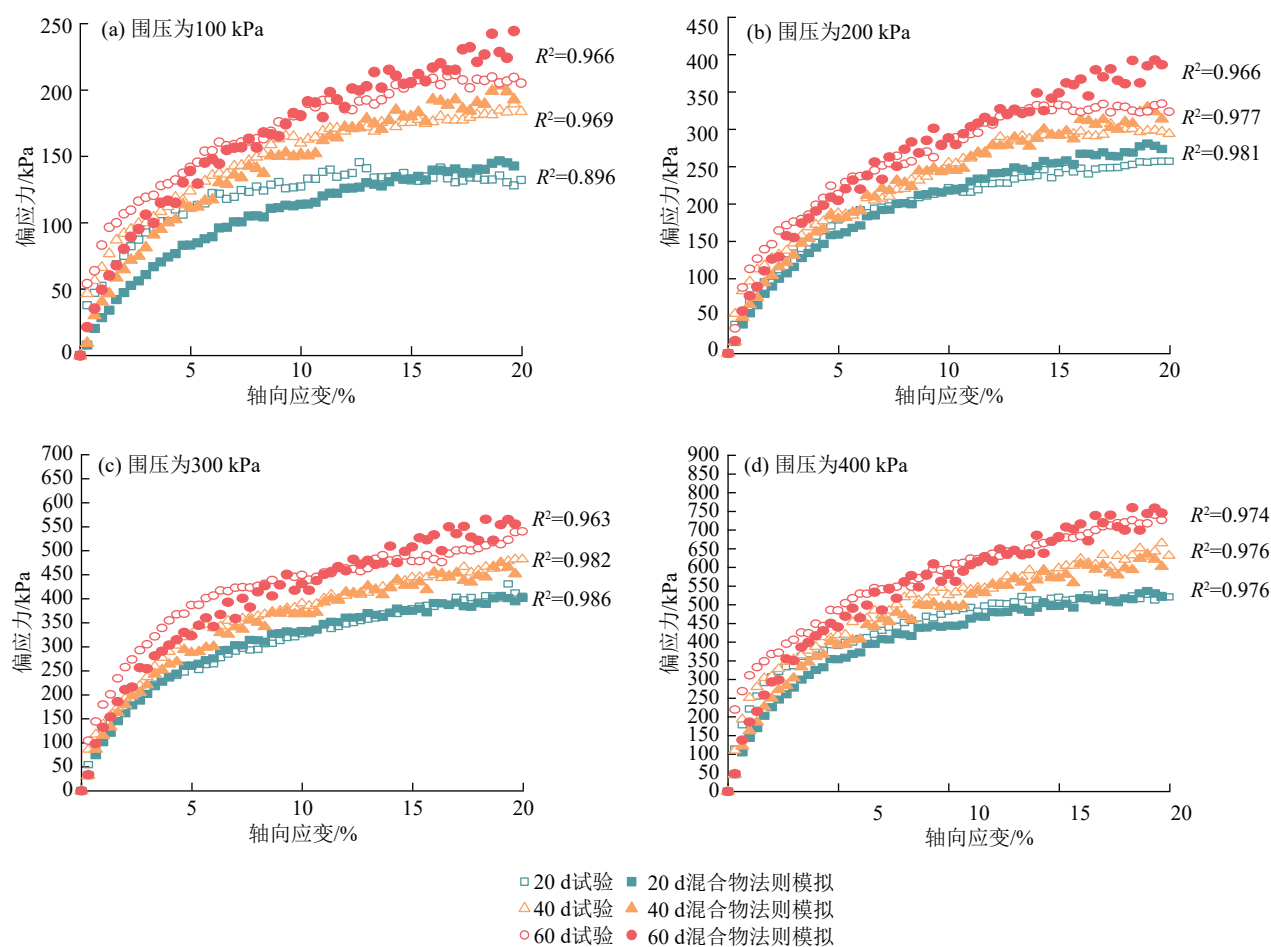


图7 根土复合体应力应变曲线和混合物法则拟合效果

Fig. 7 Fitting results of stress-strain curves of root-soil composite and mixture rule

### 3 讨论

本研究考虑植物生长对土体的影响,分析香根草发育期内,不同阶段的根土复合体在三轴试验中的力学行为,全面揭示植物根系随生长而产生的加固效应。根土复合体的抗剪强度随植物种植时间的延长而呈现递增趋势,同时,也随三轴试验围压的增加而增加。植物种植时间的延长使得根系数量、长度及体积的增大<sup>[21]</sup>,从而增强根系对土体的加固效果及其对土体内部相对运动的阻力<sup>[22]</sup>,提高根系所提供的应力。因此,香根草可以被认为是一种有效缓解浅层边坡破坏的生物材料<sup>[23]</sup>。随着围压的升高,土壤颗粒更加紧密地附着于根系周围,提升根土界面的摩擦系数,土壤颗粒间的相互作用力也随之增强,进一步强化根系的加筋作用<sup>[24]</sup>。

相比于王磊等<sup>[11]</sup>、姜希雁等<sup>[25]</sup>对混合物法则的运用局限于纤维加筋土中,本研究将该方法应用至原状香根草根土复合体中,并根据香根草根系在生长过程中的动态变化,获取对应不同生长阶段植物根系的模型参数,使本构模型能够对植物根系的生长动态变化作出响应,模拟结果与验证试验结果相

比,拟合程度较高( $R^2 > 0.896$ ),也表明混合物法则在根土复合体中具有较理想的适用性与可行性。

本模型能够对根土复合体的应力-应变曲线进行较精确的预估,模型的参数选择和构建方法发挥重要作用。通过邓肯-张模型对土体的应力-应变关系进行拟合,可以真实地反映素土在三轴试验的不同阶段中的不同变化特征,为后续素土和根系作用的加权叠加提供基础。对植物根系选用的线弹性刚度矩阵,则充分考虑植物根系的材料特点和受力特点,根系数量、弹性模量、分布体积能够较好地量化根系发挥的作用,模拟出较符合实际情况的根系加固力;对根系单元化的处理方式,以及对 $\theta$ 和 $\alpha$ 角的假设和计算,使得不同角度的单根所发挥的作用可被计算并进行叠加;临界角 $\theta_0$ 则充分考虑三轴试验的工况下,部分角度的根系无法发挥加固作用的情况;滑移系数 $f_s$ 的引入,也弥补加载过程中变形协调假设的不足,通过计算根系和土体的相对位移,还原出真实试验下的根土形变关系,这些参数的准确赋值都为复杂根系的精准评估提供保证。

现有根土复合体本构模型,如吴锐斌等<sup>[4]</sup>根土复



合体邓肯-张本构模型,主要应用于对根土复合体现状的评价<sup>[26]</sup>,缺乏对未来灾害发生可能性的预测能力。本研究通过素土和植物根系的参数(根系直径、数量、弹性模量和体积等),精确评估并预测出根系未来生长对土壤的加固趋势,在生态护坡、滑坡预防等领域的工作中具有显著的指导意义,有助于优化工程设计,提高工程的安全性和生态效益。

## 4 结 论

1)基于混合物法则所构建的根土复合体两相叠加本构模型,在模拟根土复合体力学行为方面效果理想( $R^2 > 0.89$ )。该模型模拟的应力-应变曲线能够较为准确地还原根土复合体在三轴试验中的抗剪强度及应力应变关系在不同阶段的变化趋势。

2)将邓肯-张模型与线弹性模型分别应用于基本相与加筋相的力学行为模拟中,能够根据2种材料各自的特性差异,准确地反映二者在剪切过程中的应力-应变响应规律。

3)香根草根系有效地加固土体。在生命周期内,生长时间越长,弹性模量越减小,但根系的数量、直径、体积越增大,加固效果越好。

### 参考文献:

- [1] PARTOV D, MASLSK M, IVANOV R, et al. The development of wooden bridges through the ages: A review of selected examples of heritage objects. Part 2-the iconic structures from the western slavdom area and those that inspired them[J]. Czasopismo Techniczne, 2016, 2-B: e107.
- [2] 刘武江, 赵焱柯, 段青松, 等. 不同播种方式草本植物土壤团聚体特征及对根系固土力的影响[J]. 水土保持研究, 2021, 28(6): 25-31.
- [3] LIU W J, ZHAO Y K, DUAN Q S, et al. Effects of different sowing patterns of herbs on soil aggregates characteristics and consolidating soil ability of roots[J]. Research of Soil and Water Conservation, 2021, 28(6): 25-31.
- [4] 段继琪, 李建兴, 王波, 等. 4种消落带适生草本根系抗拉特性及与微观结构的关系[J]. 水土保持研究, 2024, 31(6): 130-138.
- [5] DUAN J Q, LI J X, WANG B, et al. Tensile properties of root systems of four suitable herbaceous plants in the subsidence zone and their relationship with microstructure[J]. Soil and Water Conservation Research, 2024, 31(6): 130-138.
- [6] 吴锐斌, 及金楠, 杨彧哲. 不同生长阶段香根草根土复合体的邓肯-张本构模型[J]. 水土保持学报, 2024, 38(6): 97-104.
- [7] WU R B, JI J N, YANG Y Z. Duncan-Chang constitutive model of vetiver root and soil matrix at different growth stages[J]. Journal of Soil and Water Conservation, 2024, 38(6): 97-104.
- [8] 姜宝莹, 何宁, 张桂荣, 等. 前锋型降雨下草本植物根系固土护坡机理研究[J/OL]. 岩土工程学报, 1-10 [2025-01-19]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1124.TU.20250109.1706.002.html>.
- [9] JIANG B Y, HEN, ZHANG G R, et al. Research on mechanism of soil reinforcement and slope protection of herbaceous plant roots in advanced rainfall pattern[J/OL]. Journal of Geotechnical Engineering, 1-10 [2025-01-19]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1124.TU.20250109.1706.002.html>.
- [10] 明雨洁, 姚秋亦, 高新南. 植物根系固土试验研究进展[J]. 科技创新与应用, 2025, 15(1): 74-78.
- [11] MING Y J, YAO Q Y, GAO X N. Progress in soil consolidation experiments of plant roots[J]. Technological Innovation and Application, 2025, 15(1): 74-78.
- [12] MAO Z. Root reinforcement models: Classification, criticism and perspectives[J]. Plant and Soil, 2022, 472(1): 17-28.
- [13] WALDRON L J. The shear resistance of root-permeated homogeneous and stratified soil[J]. Soil Science Society of America Journal, 1977, 41(5): 843-849.
- [14] WU T H. Investigations of landslides on Prince of Wales Island: Geotechnical engineering report[R]. Civil Engineering Department. Ohio State University, Columbus, Ohio, USA, 1976.
- [15] POLLEN N, SIMON A. Estimating the mechanical effects of riparian vegetation on stream bank stability using a fiber bundle model[J]. Water Resources Research, 2005, 41(7): e2004WR003801.
- [16] 王磊, 朱斌, 李俊超, 等. 一种纤维加筋土的两相本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(7): 1326-1333.
- [17] WANG L, ZHU B, LI J C, et al. Two-phase constitutive model for fiber-reinforced soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(7): 1326-1333.
- [18] 张立芸, 段青松, 范茂攀, 等. 玉米和大豆根系对滇中地区坡耕地红黏土抗剪强度的影响[J]. 土壤学报, 2022, 59(6): 1527-1539.
- [19] ZHANG L Y, DUAN Q S, FAN M P, et al. Effects of maize and soybean roots on topsoil shear strength of red clay on sloping farmland in central Yunnan[J]. Acta Pedologica Sinica, 2022, 59(6): 1527-1539.
- [20] VOIGT W. Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätsconstanten isotroper Körper[J]. Annalen der Physik, 1889, 274(12): 573-587.
- [21] DIAMBRA A, IBRAIM E, MUIR WOOD D, et al. Fibre reinforced sands: Experiments and modelling[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2010, 28(3): 238-250.
- [22] MICHALOWSKI R L. Limit stress for granular composites reinforced with continuous filaments[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1997, 123(8): 852-859.



- [16] MACHADO S L, CARVALHO M F, VILAR O M. Constitutive model for municipal solid waste [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(11): 940-951.
- [17] 王毅. 福建非饱和红土的三轴湿化变形特性研究[D]. 西安: 长安大学, 2021.  
WANG Y. Study on the triaxial wetting deformation characteristics of unsaturated laterite in Fujian [D]. Xi'an: Chang'an University, 2021.
- [18] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 土工试验方法标准: GB/T 50123—2019 [S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.  
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for geotechnical testing method: GB/T 50123—2019 [S]. Beijing: China Planning Press, 2019.
- [19] 王万梅. 根土复合体抗剪强度影响因素分析及本构模型研究[D]. 河北 张家口: 河北建筑工程学院, 2023.  
WANG W M. Analysis of influencing factors on shear strength of root-soil composite and study on constitutive model [D]. Zhangjiakou, Hebei: Hebei University of Architecture and Technology, 2023.
- [20] MAO Z, WANG Y, MCCORMACK M L, et al. Mechanical traits of fine roots as a function of topology and anatomy [J]. Annals of Botany, 2018, 122(7): 1103-1116.
- [21] ZHANG Y, LIU W, HE S M. Effect of vegetation growth on morphological traits of vegetation and biomechanical features of roots [J]. Plant and Soil, 2024, 494(1): 395-411.
- [22] 尹晓彤, 郭盾, 史维娟, 等. 根系形态异位预构建强化湿地移栽植物的耐淹和固土特性研究 [J]. 生态环境学报, 2025, 34(3): 432-441.  
YIN X T, GUO D, SHI W J, et al. Study on submergence tolerance and soil consolidation characteristics of wetland transplantings enhanced by preconstruction of heterotopic root morphology [J]. Ecology and Environmental Sciences, 34(3): 432-441.
- [23] 黄坚平. 生态防护工程在控制堤岸边坡侵蚀中的应用 [J]. 中国水运, 2024(24): 105-107.  
HUANG J P. Application of ecological protection engineering in controlling embankment slope erosion [J]. China Water Transport, 2024(24): 105-107.
- [24] 孙卓卓. 基于midas GTS/NX的紫穗槐灌木根系生态护坡固土效应研究 [J]. 交通科技, 2024(3): 11-16.  
SUN Z Z. Study on ecological slope protection and soil consolidation effect of root system of *Amorpha fruticosa* shrub based on Midas GTS/NX [J]. Transportation Science and Technology, 2024(3): 11-16.
- [25] 蒋希雁, 王万梅, 刘杰, 等. 基于混合物法则根土复合体本构模型的研究 [J]. 计算力学学报, 2024, 41(2): 396-402.  
JIANG X Y, WANG W M, LIU J, et al. Study on constitutive model of root soil complex based on the mixture rule [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(2): 396-402.
- [26] LI Y P, WANG Y Q, WANG Y J, et al. Effects of root spatial distribution on the elastic-plastic properties of soil-root blocks [J]. Scientific Reports, 2017, 7(1): e800.